

prod-deq^{0,22}

prod-deq($A;B;a;b$)

$$\begin{aligned}
&\equiv_{\text{def}} (\lambda A, B, a, b, p, q. q/q_1, q_2. \\
&\quad p/p_1, p_2. \\
&\quad b/eq, b_1. \\
&\quad a/e_1, a_1. \\
&\quad (\lambda \%_0. \%_1 \\
&\quad \quad (\langle \lambda \%_0. \langle (\lambda \%_0. \%_1 (p_1, q_1) / \%_4, \%_5. \%_4 ((\lambda \%_0. \%_1) ((\lambda \%_0. *) (*)))) (a_1) \\
&\quad \quad \quad , (\lambda \%_0. \%_1 (p_2, q_2) / \%_4, \%_5. \%_4 ((\lambda \%_0. \%_1) ((\lambda \%_0. *) (*)))) (b_1) \rangle \\
&\quad \quad \quad , \lambda \%_0. \%_0 / \%_1, \%_2. *) \\
&\quad (\langle \lambda \%_0. \%_1 / \%_2, \%_3. \%_3 \rangle \\
&\quad (\langle \lambda \%_0. \%_1 \\
&\quad \quad \langle p_1, p_2 \rangle = \langle q_1, q_2 \rangle \\
&\quad \quad , \langle p_1, p_2 \rangle = \langle q_1, q_2 \rangle \\
&\quad \quad , e_1(p_1, q_1) \wedge_2 eq(p_2, q_2) \\
&\quad \quad , e_1(p_1, q_1) \& eq(p_2, q_2) \\
&\quad \quad , (\lambda \%_0. \%_1) ((\lambda \%_0. \langle \lambda \%_2. \%_2, \lambda \%_2. \%_2 \rangle) (*)) \\
&\quad \quad , (\lambda \%_0. \%_1) \\
&\quad \quad (\langle \lambda \%_0. \%_1 (e_1(p_1, q_1), eq(p_2, q_2)) \rangle \\
&\quad \quad (\lambda p, q. \text{Case } q \text{ of} \\
&\quad \quad \quad \text{inl}(x) \Rightarrow \text{Case } p \text{ of} \\
&\quad \quad \quad \quad \text{inl}(x) \Rightarrow \langle \lambda \%_0. \langle *, * \rangle, \lambda \%_0. * \rangle \\
&\quad \quad \quad \quad \text{inr}(y) \Rightarrow \langle \lambda \%_0. \langle \text{any}(\%), * \rangle, \lambda \%_0. \%_0 / \%_1, \%_2. \text{any}(\%_1) \rangle \\
&\quad \quad \quad \text{inr}(y) \Rightarrow \text{Case } p \text{ of} \\
&\quad \quad \quad \quad \text{inl}(x) \Rightarrow \langle \lambda \%_0. \langle *, \text{any}(\%) \rangle, \lambda \%_0. \%_0 / \%_1, \%_2. \text{any}(\%_2) \rangle \\
&\quad \quad \quad \quad \text{inr}(y) \Rightarrow \langle \lambda \%_0. \langle \text{any}(\%), \text{any}(\%) \rangle, \lambda \%_0. \%_0 / \%_1, \%_2. \text{any}(\%_2) \rangle)) \\
&\quad (\lambda P_1, P_2, Q_1, Q_2, \%_0, \%_1. \langle \lambda \%_2. \langle \lambda \%_3. (\lambda \%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \\
&\quad \quad \%_5 \\
&\quad \quad ((\lambda \%_4. \%_4) \\
&\quad \quad ((\lambda \%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \\
&\quad \quad \quad \%_5 \\
&\quad \quad \quad ((\lambda \%_4. \%_4) \\
&\quad \quad \quad ((\lambda \%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \%_6 ((\lambda \%_4. \%_4) ((\lambda \%_4. \%_4) (\%_3)))) \\
&\quad \quad \quad (\%_3))) \\
&\quad \quad (\%_2) \rangle) \rangle \\
&\quad (\%_1) \\
&\quad , \lambda \%_3. (\lambda \%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \\
&\quad \quad \%_5 \\
&\quad \quad ((\lambda \%_4. \%_4) \\
&\quad \quad ((\lambda \%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \\
&\quad \quad \quad \%_6 \\
&\quad \quad \quad ((\lambda \%_4. \%_4) \\
&\quad \quad \quad ((\lambda \%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \%_6 ((\lambda \%_4. \%_4) ((\lambda \%_4. \%_4) (\%_3)))) \\
&\quad \quad \quad (\%_3)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\%_1))) \\
& (\%_2))) \\
& (\%) \\
, \lambda\%_2. \langle \lambda\%_3. (\lambda\%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \\
& \%_6 \\
& ((\lambda\%_4. \%_4) \\
& ((\lambda\%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \\
& \%_5 \\
& ((\lambda\%_4. \%_4) \\
& ((\lambda\%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \%_5 ((\lambda\%_4. \%_4) ((\lambda\%_4. \%_4) (\%_3)))) \\
& (\%))) \\
& (\%_2))) \\
& (\%_1) \\
, \lambda\%_3. (\lambda\%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \\
& \%_6 \\
& ((\lambda\%_4. \%_4) \\
& ((\lambda\%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \\
& \%_6 \\
& ((\lambda\%_4. \%_4) \\
& ((\lambda\%_4. \%_4 / \%_5, \%_6. \%_5 ((\lambda\%_4. \%_4) ((\lambda\%_4. \%_4) (\%_3)))) \\
& (\%_1))) \\
& (\%_2))) \\
& (\%)))))
\end{aligned}$$

(A
,B
,a
,b)

clarification:

prod-deq(A;B;a;b)

$\equiv_{\text{def}} (\lambda A, B, a, b, p, q. q / q_1, q_2.$

$p / p_1, p_2.$

$b / eq, b_1.$

$a / e_1, a_1.$

$(\lambda\%_1. \%_1$

$(\langle \lambda\%. ((\lambda\%_1. \%_1(p_1, q_1) / \%_4, \%_5. \%_4((\lambda\%_1. \%_1)((\lambda\%_1. *) (*))))(a_1)$

$, (\lambda\%_1. \%_1(p_2, q_2) / \%_4, \%_5. \%_4((\lambda\%_1. \%_1)((\lambda\%_1. *) (*))))(b_1))$

$, \lambda\%_6. \%_6 / \%_1, \%_2. *)$

$((\lambda\%_1. \%_1 / \%_2, \%_3. \%_3)$

$((\lambda\%_1. \%_1$

$\langle p_1, p_2 \rangle = \langle q_1, q_2 \rangle \in A \times B$

$\langle p_1, p_2 \rangle = \langle q_1, q_2 \rangle \in A \times B$

$, e_1(p_1, q_1) \wedge_2 eq(p_2, q_2)$

$, e_1(p_1, q_1) \& eq(p_2, q_2)$

$, (\lambda\%_1. \%_1)((\lambda\%_1. \langle \lambda\%_2. \%_2, \lambda\%_2. \%_2 \rangle) (*))$

$(\lambda\%_1.\%_1)$
 $((\lambda\%_1.\%_1(e_1(p_1,q_1),eq(p_2,q_2))))$
 $(\lambda p,q. \text{Case } q \text{ of}$
 $\text{inl}(x) \Rightarrow \text{Case } p \text{ of}$
 $\text{inl}(x) \Rightarrow \langle \lambda\%.\langle *,* \rangle, \lambda\%.* \rangle$
 $\text{inr}(y) \Rightarrow \langle \lambda\%.\langle \text{any}(\%)* \rangle, \lambda\%.\%/ \%_1, \%_2. \text{any}(\%_1) \rangle$
 $\text{inr}(y) \Rightarrow \text{Case } p \text{ of}$
 $\text{inl}(x) \Rightarrow \langle \lambda\%.\langle *, \text{any}(\%) \rangle, \lambda\%.\%/ \%_1, \%_2. \text{any}(\%_2) \rangle$
 $\text{inr}(y) \Rightarrow \langle \lambda\%.\langle \text{any}(\%), \text{any}(\%) \rangle, \lambda\%.\%/ \%_1, \%_2. \text{any}(\%_2) \rangle \rangle \rangle \rangle$
 $(\lambda P_1,P_2,Q_1,Q_2,\%,\%_1. \langle \lambda\%_2.\langle \lambda\%_3.(\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6.$
 $\%_5$
 $((\lambda\%_4.\%_4)$
 $((\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6.$
 $\%_5$
 $((\lambda\%_4.\%_4)$
 $((\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6. \%_6((\lambda\%_4.\%_4)((\lambda\%_4.\%_4)(\%_3))))$
 $(\%_1) \rangle \rangle \rangle \rangle$
 $(\%_2) \rangle \rangle \rangle \rangle$
 $(\%_1)$
 $, \lambda\%_3.(\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6.$
 $\%_5$
 $((\lambda\%_4.\%_4)$
 $((\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6.$
 $\%_6$
 $((\lambda\%_4.\%_4)$
 $((\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6. \%_6((\lambda\%_4.\%_4)((\lambda\%_4.\%_4)(\%_3))))$
 $(\%_1) \rangle \rangle \rangle \rangle$
 $(\%_2) \rangle \rangle \rangle \rangle$
 $(\%_1)$
 $, \lambda\%_2.\langle \lambda\%_3.(\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6.$
 $\%_6$
 $((\lambda\%_4.\%_4)$
 $((\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6.$
 $\%_5$
 $((\lambda\%_4.\%_4)$
 $((\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6. \%_5((\lambda\%_4.\%_4)((\lambda\%_4.\%_4)(\%_3))))$
 $(\%_1) \rangle \rangle \rangle \rangle$
 $(\%_2) \rangle \rangle \rangle \rangle$
 $(\%_1)$
 $, \lambda\%_3.(\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6.$
 $\%_6$
 $((\lambda\%_4.\%_4)$
 $((\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6.$
 $\%_6$
 $((\lambda\%_4.\%_4)$
 $((\lambda\%_4.\%_4/\%_5,\%_6. \%_5((\lambda\%_4.\%_4)((\lambda\%_4.\%_4)(\%_3))))$
 $(\%_1) \rangle \rangle \rangle \rangle$
 $(\%_2) \rangle \rangle \rangle \rangle$
 $(\%_1)$

(A
,B
,a
,b)

(%₁)))
(%₂)))
(%)))))